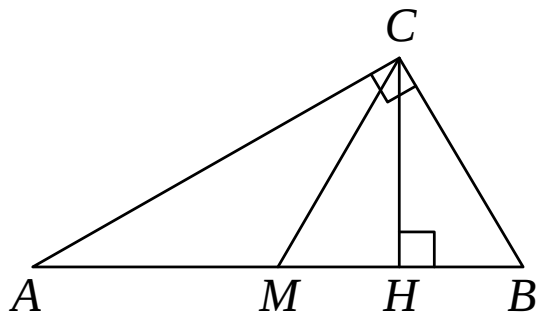
Пробный вариант №1

Часть 1

1 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 65°. Найдите величину угла между высотой CH и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.

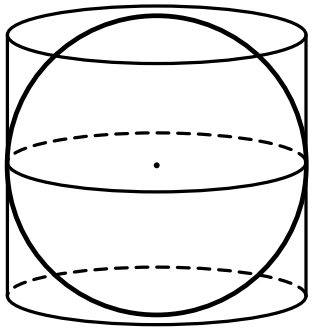


Ответ: _____

2 Даны векторы $\vec{a}(5;\,4)$ и $\vec{b}(8;\,-9)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____

3 Шар, объём которого равен 18, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.



Ответ: _____

4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 6 сумок из 75 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____

5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____

6 Организаторы лотереи выпустили $10\,000$ билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

Выигрыш (в рублях)	100	1000	5000	10 000	50 000
Число выигрышных билетов	500	100	50	10	1

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____

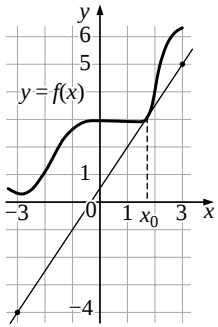
7 Найдите корень уравнения $2^{x-3}=\frac{1}{16}$.

Ответ: _____

8 Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\sin\frac{3\pi}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{8}$.

Ответ: _____

9 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: _____

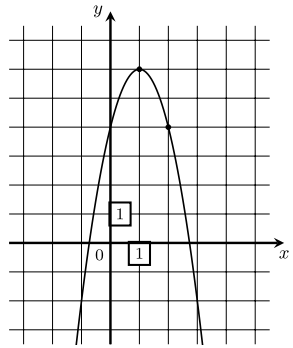
10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км$/$ч^2). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км$/$ч^2.

Ответ: _____

11 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12 На рисунке изображён график функции $f(x) = -2x^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____

13 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375000 рублей?

Ответ: _____

Часть 2

14 а) Решите уравнение

$$2\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2\sqrt{3}\cos^2 x = \cos x - 2\sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

15 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и K — середины рёбер AB и SC соответственно, а точки N и L отмечены на рёбрах SA и BC соответственно так, что отрезки MK и NL пересекаются, а $AN = 3NS$.

а) Докажите, что прямые MN, KL и SB пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение $BL : LC$.

16 Решите неравенство $3^{\log_3(4-x^2)} + x^4 - 10 \geq 0$.

17 На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома: $I = \dfrac{\varepsilon}{r+R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля–Ленца: $P = I^2R$. Какова максимальная тепловая мощность P, которая может быть выделена нагрузкой?

18 Окружность с центром O касается боковых сторон AB и BC равнобедренного остроугольного треугольника ABC и его высоты CH.

а) Докажите, что $\angle OAC = 45^\circ$.

б) Найдите длину отрезка BC, если $BO = 1$ и $AC = 6$.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(3x + |\, x - a\,| + |\, 2x + a + 1\,|)^2 - a(3x + |\, x - a\,| + |\, 2x + a + 1\,|) + a^2 - 16 = 0$$

имеет ровно один корень.

20 На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1 + 1 + 111 + 11 + 11 + 1 = 136$.

а) Можно ли получить сумму 113, если $n = 50$?

б) Можно ли получить сумму 114, если $n = 50$?

в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n = 50$?