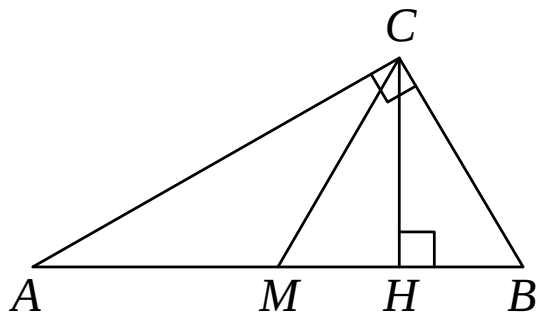
# Пробный вариант №1

## Часть 1

**1** Острый угол $B$ прямоугольного треугольника $ABC$ равен $65^\circ$. Найдите величину угла между высотой $CH$ и медианой $CM$, проведёнными из вершины прямого угла $C$. Ответ дайте в градусах.

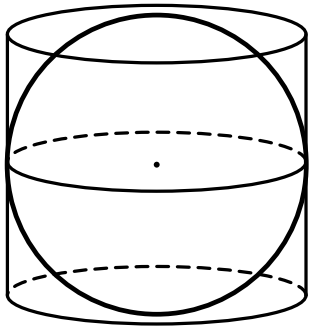



**Ответ: 40**

**2** Даны векторы $\vec{a}(5;\,4)$ и $\vec{b}(8;\,-9)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

**Ответ: 4**

**3** Шар, объём которого равен 18, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.



**Ответ: 27**

**4** Фабрика выпускает сумки. В среднем 6 сумок из 75 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

**Ответ: 0,92**

**5** Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

**Ответ: 0,0189**

**6** Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

| Выигрыш (в рублях) | 100 | 1000 | 5000 | 10 000 | 50 000 |
|---|---|---|---|---|---|
| Число выигрышных билетов | 500 | 100 | 50 | 10 | 1 |

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

**Ответ: 55**

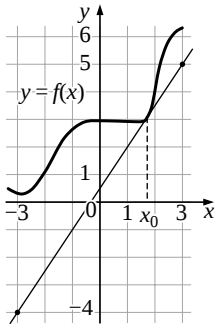
**7** Найдите корень уравнения $2^{x-3}=\frac{1}{16}$.

**Ответ: -1**

**8** Найдите значение выражения $5\sqrt{2}\sin\frac{3\pi}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{8}$.

**Ответ: 2,5**

**9** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.




**Ответ: 1,5**

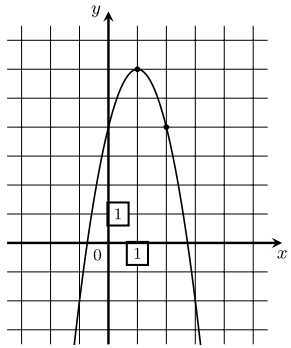
**10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a$ (в км$/$ч$^2$ ). Скорость $v$ (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где $l$ — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км$/$ч$^2$.

**Ответ: 7200**

**11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

**Ответ: 20**

**12** На рисунке изображён график функции $f(x) = -2x^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.




**Ответ: -12**

**13** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375000 рублей?

**Ответ: 221400**

## Часть 2

**14** а) Решите уравнение

$$2\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2\sqrt{3}\cos^2 x = \cos x - 2\sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**15** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием $ABC$ точки $M$ и $K$ — середины рёбер $AB$ и $SC$ соответственно, а точки $N$ и $L$ отмечены на рёбрах $SA$ и $BC$ соответственно так, что отрезки $MK$ и $NL$ пересекаются, а $AN = 3NS$.

а) Докажите, что прямые $MN$, $KL$ и $SB$ пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение $BL : LC$.

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**16** Решите неравенство $3^{\log_3(4 - x^2)} + x^4 - 10 \geq 0$.

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**17** На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки $R$ (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома: $I = \dfrac{\varepsilon}{r + R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля–Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая мощность $P$, которая может быть выделена нагрузкой?

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**18** Окружность с центром $O$ касается боковых сторон $AB$ и $BC$ равнобедренного остроугольного треугольника $ABC$ и его высоты $CH$.

а) Докажите, что $\angle OAC = 45^\circ$.

б) Найдите длину отрезка $BC$, если $BO = 1$ и $AC = 6$.

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**19** Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение

$$(3x + |\, x - a \,| + |\, 2x + a + 1 \,|)^2 - a(3x + |\, x - a \,| + |\, 2x + a + 1 \,|) + a^2 - 16 = 0$$

имеет ровно один корень.

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»

**20** На доске написано $n$ единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1 + 1 + 111 + 11 + 11 + 1 = 136$.

а) Можно ли получить сумму 113, если $n = 50$?

б) Можно ли получить сумму 114, если $n = 50$?

в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n = 50$?

Развёрнутое решение — в версии «С решениями»